

СОДЕРЖАНИЕ КУРСА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ
ФТК, 3-й семестр

Кратные и криволинейные интегралы

1. Определение площади плоской фигуры (по Жордану).
2. Определение двойного интеграла.
3. Основные свойства двойного интеграла.
4. Вычисление двойного интеграла: формула повторного интегрирования.
5. Коэффициент искажения элемента площади при неособом преобразовании переменных.
6. Формула замены переменных в двойном интеграле. Пример для случая перехода к полярным координатам.
7. Определение криволинейного интеграла 1-го рода и его основные свойства.
8. Вычисление криволинейного интеграла 1-го рода.
9. Определение криволинейного интеграла 2-го рода и его основные свойства.
10. Вычисление криволинейного интеграла 2-го рода.
11. Формула Грина (доказательство для случая прямоугольной области).
12. Определение объема тела (по Жордану).
13. Определение тройного интеграла.
14. Основные свойства тройного интеграла.
15. Вычисление тройного интеграла: формула повторного интегрирования.
16. Коэффициент искажения элемента объема при неособом преобразовании переменных.
17. Формула замены переменных в тройном интеграле. Пример для случая перехода к сферическим координатам.

Элементы теории функций комплексной переменной (ТФКП)

18. Понятие функции комплексной переменной. Представление $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$. Окрестность точки на комплексной плоскости. Предел и непрерывность функции комплексной переменной. Определения и основные свойства.
19. Степенные ряды с комплексной переменной: определение и основные свойства. Сумма степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} c_n (z - z_0)^n$ как функция комплексной переменной. Понятие аналитической функции.
20. Круг и радиус сходимости степенного ряда с комплексной переменной. Вычисление радиуса сходимости.
21. Простейшие элементарные функции комплексной переменной: e^z , $\sin z$, $\cos z$.
22. Простейшие многозначные функции комплексной переменной: $\sqrt[n]{z}$, $\ln z$, z^a ($a \in \mathbb{R}$)
23. Кривые на комплексной плоскости. Параметризация кривой. Простая кривая. Гладкая (кусочно-гладкая) кривая. Примеры.
24. Области на комплексной плоскости. Односвязные и многосвязные области. Предположения о границах областей. Положительное направление обхода границы односвязной (многосвязной) области.
25. Производная функции комплексной переменной. Определение и основные свойства. Голломорфные функции.

26. Производная степенного ряда с комплексной переменной. Голоморфность аналитической функции.
27. Условия Коши-Римана.
28. Понятие интеграла от функции комплексной переменной вдоль кривой. Определение и основные свойства.
29. Вычисление интеграла от функции комплексной переменной вдоль гладкой кривой. Примеры.
30. Теорема Коши об интеграле от голоморфной функции вдоль границы односвязной области.
31. Теорема Коши об интеграле от голоморфной функции вдоль границы многосвязной области.
32. Гомотопные кривые и интегралы от голоморфной функции вдоль гомотопных кривых.
33. Формула Коши для голоморфной функции $f(z)$.
34. Формула Коши для производной голоморфной функции $f^{(n)}(z)$.
35. Теорема о разложении голоморфной функции в ряд Тейлора.
36. Теорема о разложении голоморфной в кольце функции в ряд Лорана.
37. Изолированные особые точки голоморфной функции. Определение и их классификация.
38. Вычет голоморфной функции в изолированной особой точке. Вычисление вычетов.
39. Теорема о вычетах.

40. Вычисление интегралов вида $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$ с помощью вычетов.

41. Вычисление интегралов вида $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{i\lambda x} dx$ с помощью вычетов. Лемма Жордана.

Элементы операционного исчисления

42. Понятие преобразования Лапласа. Определение. Терминология. Обозначения. Теорема единственности (без доказательства). Линейность преобразования Лапласа.
43. Изображение функции Хевисайда.
44. Изображение функции $f(\alpha t)$ (теорема подобия).
45. Изображение функции $f(t)e^{-\alpha t}$ (теорема о смещении изображения).
46. Изображение функции $f'(t)$ (теорема об изображении производной).
47. Изображение функции $f^{(n)}(t)$.
48. Изображение функции $t^n f(t)$ (теорема о дифференцировании изображения).
49. Изображение функции $\int_0^t f(\tau)d\tau$ (теорема об интегрировании оригинала).
50. Изображение функции $f(t - t_0)$ (теорема о запаздывании оригинала).
51. Понятие свертки двух функций и ее основные свойства.
52. Преобразование Лапласа от свертки двух функций.
53. Вывод формулы Дюамеля:

$$f(t)g(0) + \int_0^t f(\tau)g'(t-\tau)d\tau \rightleftharpoons pF(p)G(p).$$

54. Применение операционного исчисления для решения линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Поверхностные интегралы в трехмерном пространстве. Элементы теории поля

55. Определение объема тела (по Жордану).

56. Определение тройного интеграла.

57. Основные свойства тройного интеграла.

58. Вычисление тройного интеграла: формула повторного интегрирования.

59. Коэффициент искажения элемента объема при неособом преобразовании переменных.

60. Формула замены переменных в тройном интеграле. Пример для случая перехода к сферическим координатам.

61. Определение и основные характеристики поверхности в трехмерном пространстве (параметризация, гладкость, нормаль, ориентация, касательная плоскость, кривизна).

62. Понятие площади поверхности.

62. Поверхностный интеграл 1-го рода, его основные свойства и вычисление.

64. Поверхностный интеграл 2-го рода, его основные свойства и вычисление.

65. Формула Остроградского-Гаусса.

66. Формула Стокса.

67. Векторное поле и его основные дифференциальные и интегральные характеристики.

68. Потенциальное векторное поле и его основные свойства. Потенциал.